

Facoltà di Ingegneria
Esame scritto di Fisica II – 22.9.2004

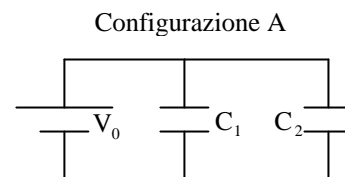
Esercizio n.1

Un condensatore, di capacità C_1 , a facce piane e parallele, di area $S = 100 \text{ cm}^2$ e distanza $d = 2 \text{ mm}$, è collegato in parallelo ad un secondo condensatore cilindrico di capacità $C_2 = 1 \text{ nF}$ e ad un generatore ideale di forza elettromotrice $V_0 = 100 \text{ V}$ (configurazione A).

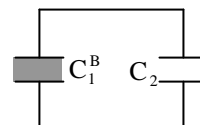
Dopo aver raggiunto una situazione di equilibrio, il generatore viene staccato dal circuito ed il condensatore a facce piane e parallele viene riempito completamente con un dielettrico di costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 20$.

In questa nuova configurazione (configurazione B), determinare la differenza di potenziale e la carica di ciascuno dei due condensatori, dopo che un nuovo stato di equilibrio viene raggiunto.

Si risponda quindi alle seguenti domande. Si ricordi che la costante dielettrica del vuoto è $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$



Configurazione B



1. La capacità del condensatore piano, prima che esso venga riempito con il dielettrico, vale:
 - A. 2.2 nF
 - B. 89.4 nF
 - C. 44.2 pF (*)
 - D. 75.6 pF
2. La capacità del condensatore piano, dopo essere stato riempito con il dielettrico, vale:
 - A. 12.8 nF
 - B. 59.1 nF
 - C. 236 pF
 - D. 885 pF (*)
3. Nella configurazione A, la differenza di potenziale ai capi del condensatore cilindrico C_2 vale:
 - A. 50 V
 - B. 100 V (*)
 - C. 150 V
 - D. 200 V
4. Nella configurazione A, la carica totale sui due condensatori ha valore:
 - A. 22.6 pC
 - B. 932.8 pC
 - C. 58.7 nC
 - D. 104.4 nC (*)
5. Nella configurazione B, la carica totale sui due condensatori ha valore:
 - A. 5.1 pC
 - B. 932.8 pC
 - C. 31.4 nC
 - D. 104.4 nC (*)
6. Nella configurazione B, la differenza di potenziale ai capi del condensatore piano C_1^B vale:
 - A. 25.3 V
 - B. 55.4 V (*)
 - C. 78.2 V
 - D. 85.4 V
7. Nella configurazione B, la carica sul condensatore piano C_1^B , riempito di dielettrico, vale:
 - A. 4 pC
 - B. 238 pC
 - C. 49 nC (*)
 - D. 522 nC
8. Nella configurazione B, la carica sul condensatore cilindrico C_2 vale:
 - A. 3 nC
 - B. 18 nC
 - C. 36 nC
 - D. 55 nC (*)

Esercizio n.2

In un solenoide cilindrico di lunghezza $d=1\text{ m}$ e volume $V=1.26\cdot 10^{-5}\text{ m}^3$, costituito da 100 spire, circola una corrente $i_0=1\text{ mA}$. Si calcoli:

- il campo magnetico \vec{B} all'interno del solenoide
- il coefficiente di autoinduzione L del solenoide
- la velocità v con la quale si muove un elettrone che compie un'orbita circolare di raggio $r=1\text{ mm}$, complanare ad una spira del solenoide.

Successivamente, intorno al solenoide, viene collocata una spira circolare di resistenza complessiva $R=1\text{ k}\Omega$ e raggio $r'=5\text{ mm}$. L'asse della spira coincide con quello del solenoide (la spira e spire del solenoide sono parallele ed hanno centro sullo stesso asse).

La corrente nel solenoide viene quindi fatta decrescere lentamente ed in modo costante, fino ad annullarsi in un tempo $\Delta t=10\text{ s}$.

Si calcoli la corrente indotta nella spira di raggio $r'=5\text{ mm}$.

Si trascuri l'induzione della spira sul solenoide e si ricordi che: $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\frac{\text{Tm}}{\text{A}}$,

carica dell'elettrone $e=1.6\cdot 10^{-19}\text{ C}$, massa dell'elettrone $m=9.11\cdot 10^{-31}\text{ kg}$.

Rispondere quindi alle seguenti domande.

9. Il raggio del solenoide vale:

- A. 0.5 mm
- B. 2.0 mm (*)
- C. 5.0 mm
- D. 15.0 mm

10. Il campo magnetico all'interno del solenoide vale

- A. $0.06\cdot 10^{-7}\text{ T}$
- B. $4.52\cdot 10^{-7}\text{ T}$
- C. $1.26\cdot 10^{-7}\text{ T}$ (*)
- D. $8.21\cdot 10^{-7}\text{ T}$

11. Il coefficiente di autoinduzione L del solenoide è

- A. $4.08\cdot 10^{-5}\text{ H}$
- B. $1.58\cdot 10^{-7}\text{ H}$ (*)
- C. $9.11\cdot 10^{-9}\text{ H}$
- D. $1.11\cdot 10^{-4}\text{ H}$

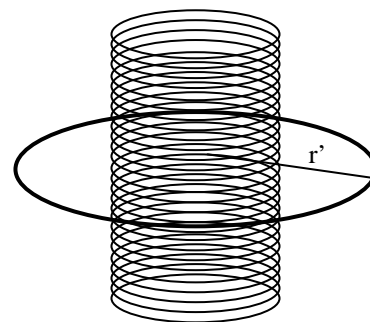
12. La forza che agisce sull'elettrone che si muove lungo l'orbita circolare ha modulo

- A. evB (*)
- B. $\frac{1}{2}\frac{ev}{B}$
- C. $\frac{1}{2}\frac{eB}{v}$
- D. $\frac{1}{2}ev^2B^2$

13. Il modulo della velocità dell'elettrone sull'orbita circolare di raggio $r=1\text{ mm}$ vale

- A. $2.7\frac{\text{m}}{\text{s}}$
- B. $8.1\frac{\text{m}}{\text{s}}$
- C. $17.6\frac{\text{m}}{\text{s}}$
- D. $22.1\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (*)

14. La legge di variazione temporale della corrente nel solenoide, quando la corrente passa da i_0 a 0 nel tempo $\Delta t=10\text{ s}$, è:



A. $i(t) = i_0 - \frac{i_0}{\Delta t} t$ (*)

B. $i(t) = i_0 + \frac{i_0}{\Delta t} t$

C. $i(t) = -\frac{i_0}{\Delta t} t$

D. $i(t) = i_0 - 2\frac{\Delta t}{i_0} t$

15. La corrente indotta nella spira esterna di raggio $r' = 5 \text{ mm}$ vale

A. $0.52 \cdot 10^{-14} \text{ A}$

B. $9.51 \cdot 10^{-16} \text{ A}$

C. $7.33 \cdot 10^{-13} \text{ A}$

D. $1.58 \cdot 10^{-16} \text{ A}$ (*)

Esercizio n.3

Un nastro metallico molto lungo (che può essere considerato di lunghezza infinita), di larghezza w e di spessore trascurabile (rispetto alla larghezza) è percorso da una corrente stazionaria I nella direzione della sua lunghezza come mostrato in figura. La corrente è distribuita uniformemente sulla larghezza w .

Determinare il campo magnetico nel piano contenente il nastro in un punto esterno P a distanza b dal bordo come mostrato in figura.

16. La densità lineare di corrente vale

A. $\frac{I}{w}$ (*)

B. $\frac{2I}{w}$

C. $\frac{I}{w^2}$

D. $\frac{I}{4w}$

17. Il campo magnetico di un filo infinito percorso da corrente i , a distanza r , vale

A. $\frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ (*)

B. $\frac{\mu_0 i}{r}$

C. $\frac{\mu_0 i^2}{2\pi r^2}$

D. $\frac{i}{4\pi r}$

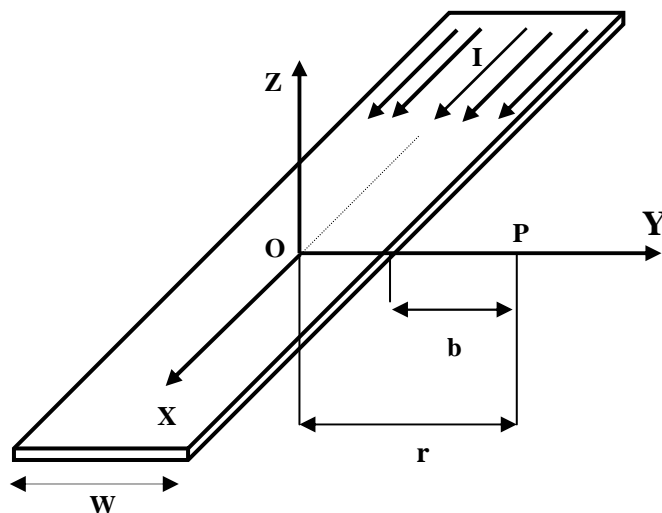
18. Il campo \vec{B} nel punto P ha la seguente espressione:

A. $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi w} \ln\left(1 + \frac{w}{b}\right) \hat{k}$ (*)

B. $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \left(\frac{w}{b}\right) \hat{i}$

C. $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \hat{i}$

D. $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \left(\frac{w^2}{b}\right) \hat{j}$

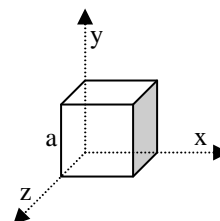


Altre domande

19. Con $V(\infty) = 0$ il potenziale elettrico all'interno di un guscio sferico conduttore di raggio R e carica $-Q$ vale:

- A. 0
- B. $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$
- C. $-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$ (*)
- D. $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$
20. Il campo elettrico può cambiare
- A. la direzione della velocità di una particella carica, ma non il modulo di essa
- B. il modulo della velocità di una particella carica, ma non la direzione di essa
- C. né il modulo né la direzione della velocità di una particella carica
- D. il modulo e la direzione della velocità di una particella carica (*)
21. In un punto esterno, molto vicino alla superficie di un conduttore carico, con densità di carica superficiale σ , il campo elettrico è
- A. ortogonale alla superficie del conduttore e di modulo $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (*)
- B. ortogonale alla superficie del conduttore e di modulo $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
- C. parallelo alla superficie del conduttore e di modulo $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
- D. parallelo alla superficie del conduttore e di modulo $\frac{\sigma}{4\epsilon_0}$
22. Il potenziale elettrico in un punto P dello spazio vale V. Una carica q viene portata in P. La sua energia potenziale vale:
- A. $\frac{1}{2}qV^2$
- B. qV (*)
- C. $\frac{1}{2}qV$
- D. $\frac{1}{2}q^2V$
23. Il teorema di Gauss vale:
- A. solo quando all'esterno della superficie gaussiana non c'è carica elettrica
- B. solo quando la distribuzione di carica ha una simmetria ben definita (es. sferica, cilindrica, etc.)
- C. per ogni tipo di distribuzione di carica (*)
- D. solo quando la distribuzione di carica è discreta
24. Il campo elettrico all'interno di un guscio sferico conduttore di raggio R e carica Q vale:
- A. 0 (*)
- B. $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$
- C. $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$
- D. $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$
25. La resistenza di un filo metallico cilindrico di lunghezza L e sezione S (con ρ resistività del metallo) vale
- A. $\rho \frac{L}{S}$ (*)
- B. $\rho \frac{S}{L}$
- C. $\frac{L}{\rho S}$
- D. ρLS

26. Un guscio sferico conduttore, di raggio R , è caricato con carica $+Q$. Al suo centro il campo elettrico ha modulo
- $E=0$ (*)
 - $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$
 - $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}$
 - $E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}$
27. Due sfere conduttrici di raggi $R_1 < R_2$, posseggono entrambe una carica $+Q$. Le sfere vengono messe in contatto. La carica della sfera di raggio R_1 diventa:
- $Q_1 = 2QR_1/(R_1 + R_2)$ (*)
 - $Q_1 = Q/2$
 - $Q_1 = QR_1/(R_1 + R_2)$
 - $Q_1 = QR_1/(R_1 + R_2)$
28. Sotto l'effetto di un campo elettrico, una particella di carica $+q$, partendo da ferma, si sposta da un punto A ad un punto B, con differenza di potenziale $V_A - V_B = V$. Nel punto B l'energia cinetica della particella vale
- $E_k = 0$
 - $E_k = V$
 - $E_k = +qV$ (*)
 - $E_k = +qV^2/2$
29. Un campo vettoriale \vec{E} è conservativo se e solo se
- $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0$
 - $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$
 - $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ (*)
 - $\vec{\nabla} E = 0$
30. Un dipolo elettrico di momento di dipolo \vec{p} in un campo elettrico \vec{E} è soggetto ad un momento meccanico
- $\vec{\tau} = \vec{E}/p$
 - $\vec{\tau} = p\vec{E}$
 - $\vec{\tau} = \vec{p} \cdot \vec{E}$
 - $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ (*)
31. Un sistema di tre cariche, $q_1 = q_2 = q_3 = q$, poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato d , ha energia potenziale elettrostatica
- $U = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d}$ (*)
 - $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d^2}$
 - $U = \frac{1}{3\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d}$
 - $U = \frac{9}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{d^2}$
32. Trovare il flusso del campo elettrico attraverso la superficie del cubo di lato a della figura, sapendo che il campo ha espressione $\vec{E} = cx^2\hat{x}$, con c costante
- $\Phi = ca^2$
 - $\Phi = ca^4$ (*)
 - $\Phi = 4ca^3$
 - $\Phi = 8ca^3$



Soluzione.

Esercizio n.1

Prima dell'introduzione del dielettrico la capacità del condensatore piano vale

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{d} = 8.85 \frac{\text{F}}{\text{m}} \frac{100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 44.25 \text{ pF}$$

Essendo i due condensatori ed il generatore in parallelo, nella configurazione A, la differenza di potenziale V_1 e V_2 ai capi di C_1 e C_2 è la stessa ed è uguale alla forza elettromotrice del generatore:

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = V_0 = 100 \text{ V}$$

La carica totale sulle armature dei condensatori è quindi

$$q_{\text{tot}} = q_1 + q_2 = C_1 V_0 + C_2 V_0 = (C_1 + C_2) V_0 = (44.25 + 1000) \text{ pF} \cdot 100 \text{ V} = 104.425 \text{ nC}$$

Dopo essere stato riempito col dielettrico, il condensatore piano ha capacità

$$C_1^B = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} = 8.85 \frac{\text{F}}{\text{m}} 20 \frac{100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 885 \text{ pF}$$

Nella configurazione B, le differenze di potenziale V_1^B e V_2^B ai capi dei due

condensatori sono uguali, $V_1^B = V_2^B = V^B$, essendo i due condensatori ancora in parallelo.

La conservazione della carica impone che la carica totale nella configurazione A sia uguale alla carica totale nella configurazione B:

$$q_1^B + q_2^B = q_{\text{tot}} \rightarrow (C_1^B + C_2) V^B = (C_1 + C_2) V_0$$

Da questa relazione si ottiene che

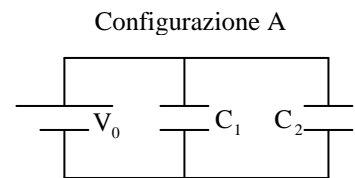
$$V^B = \frac{C_1 + C_2}{C_1^B + C_2} V_0 = \frac{C_1 + C_2}{\epsilon_r C_1 + C_2} V_0 = 55.4 \text{ V}$$

Le cariche q_1^B e q_2^B sui condensatori C_1^B e C_2 nella configurazione B si ottengono immediatamente:

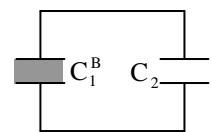
$$q_1^B = C_1^B V^B = 885 \text{ pF} \cdot 55.4 \text{ V} = 49.02 \text{ nC}$$

$$q_2^B = C_2 V^B = 1 \text{ nF} \cdot 55.4 \text{ V} = 55.4 \text{ nC}$$

Naturalmente la carica maggiore è sul condensatore che ha capacità più grande, cioè quello cilindrico.



Configurazione B



Esercizio n.2

Il raggio del solenoide è

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi d}} = 2 \text{ mm}$$

Poiché $r \ll d$ il solenoide può essere considerato ideale e quindi il campo magnetico al suo interno ha valore

$$B = \mu_0 i_0 n = 1.26 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

dove $n = \frac{100}{d}$ è il numero di spire per unità di lunghezza del solenoide.

Infine il coefficiente di autoinduzione della bobina vale

$$L = \mu_0 n^2 \pi (r')^2 d = 1.58 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

L'elettrone è sottoposto alla forza di Lorentz:

$$\vec{F} = e \vec{v} \wedge \vec{B}$$

sotto la quale compie un moto circolare.

Proiettando l'equazione della dinamica in direzione radiale si ha:

$$\vec{F} = e \vec{v} \wedge \vec{B} = m \vec{a} \rightarrow e v B = \frac{m v^2}{r} \rightarrow v = \frac{e B r}{m} = 22.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La legge di variazione temporale della corrente è

$$i(t) = i_0 - \frac{i_0}{\Delta t} t$$

Il flusso attraverso la spira di raggio $r' = 5 \text{ mm}$, dovuto al campo magnetico variabile del solenoide, è

$$\Phi = B \cdot \pi(r')^2 = \mu_0 n i(t) \cdot \pi(r')^2$$

Per la legge di Faraday la forza elettromotrice indotta nella spira di raggio $r' = 5 \text{ mm}$, vale

$$\xi = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot \pi(r')^2 = \mu_0 n \frac{i_0}{\Delta t} \cdot \pi(r')^2$$

e quindi la corrente indotta vale

$$i_{\text{ind}} = \frac{\xi}{R} = \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{R} \frac{dB}{dt} \cdot \pi(r')^2 = \frac{1}{R} \mu_0 n \frac{i_0}{\Delta t} \cdot \pi(r')^2 = 1.58 \cdot 10^{-16} \text{ A}$$